

并查集

1、并查集基础

函数的几种写法：

```
int find(int x) // 找到元素 x 的根
```

```
{  
    while(x!=fa[x])  
    {  
        x=fa[x]; // 如果 x 的父节点就是自己，那么 x 就是根，否则找 f[x] 的根  
    }  
    return x;  
}
```

```
int find(int x) // 找到元素 x 的根（不含路径压缩）
```

```
{  
    // 如果 x 的父节点就是自己，那么 x 就是根，否则找 f[x] 的根  
    return f[x]==x?x:find(f[x]); // 路径压缩版本的写法  
    // 如果 x 的父节点就是自己，那么 x 就是根，否则将 x 的父节点直接指向 x 所在集合的根  
}
```

```
// 合并：将 x 和 y 合并到同一个集合
```

```
void merge(int x, int y)
```

```
{  
    // 将 y 的根的父节点，设置为 x 的根  
    f[find(y)] = find(x);  
}
```

```

#include<bits/stdc++.h>>//1-1921      javacn
using namespace std;
int n,m,p,fa[5100],x,y;
int find(int x)//找到元素x的根
{
    //如果x的父节点就是自己,那么x就是根,否则找f[x]的根
    if(fa[x]==x) return x;
    else return fa[x]=find(fa[x]);
} //路径压缩,找到x的根之后,让x的父直接指向x的根

void merge(int x,int y)//合并:将x和y合并到同一个集合
{
    int fx=find(x);//找x的根
    int fy=find(y);
    if(fx!=fy) fa[fx]=fy;//如果根不同,说明不在一个集合
}

int main()
{
    cin>>n>>m>>p; //n个人,m个亲戚关系,p次查询
    for(int i = 1;i <= n;i++) fa[i] = i;//初始化,每个人的根节点都指向自己

    for(int i = 1;i <= m;i++)
    {
        cin>>x>>y;
        merge(x,y); //x,y是亲戚关系,将其合并到同一个集合
    }

    for(int i = 1;i <= p;i++) //p次查询
    {
        cin>>x>>y; //如果xy的根节点相同,那么是亲戚
        if(find(x)==find(y)) cout<<"Yes"<<endl;
        else cout<<"No"<<endl;
    }
    return 0;
}

```



```
int main()
{
    while(true)// 无限循环输入
    {
        cin>>n;
        if(n == 0) return 0;
        cin>>m;// 初始化, 每个人的根节点都指向自己
        for (i = 1; i <= n; i++)    fa[i] = i;
        int x, y;
        for (i = 1; i <= m; i++)
        {
            cin>>x>>y;
            merge(x, y); // 合并 xy
        }
        int c = 0; // 计算有多少个集合
        for (i = 1; i <= n; i++)
        {
            if ( fa[i]==i )           // 数一数有几个根
                c++;
        }
        cout<<c-1<<endl;
    }
    return 0;
}
```

```
#include<bits/stdc++.h>//3-1923 躲避拥堵的最佳路线
```

```
using namespace std;
```

```
/*
```

经过道路的拥挤度的最大值最小（二分答案）

解题思路：

1. 二分最大拥挤度， $l = \min(\text{拥挤度})$, $r = \max(\text{拥挤度})$
2. $\text{check}(mid)$ ：检验如果最大拥挤度为 mid ，能否从 s 区到 t 区

检验方法：

- (1) 将所有道路中，拥挤度值 $\leq mid$ 的道路修起来（合并）
 - (2) 查询 s 和 t 是否在一个集合
3. 求二分的左边界

```
*/
```

```
int i, n, m, s, t;
```

```
int fa[10010];
```

```
int l=INT_MAX, r=INT_MIN, mid;
```

```
struct city// 存储从 x 区到 y 区有道路，道路的拥挤度为 len
```

```
{
```

```
    int x, y, len;
```

```
};
```

```
city a[20010];
```

```
int find(int x)// 查询
```

```
{
```

```
    if(x==fa[x]) return x;
```

```
    else return fa[x]=find(fa[x]);
```

```
}
```

```
void merge(int x, int y)// 合并
```

```
{
```

```
    int fx=find(x);
```

```
    int fy=find(y);
```

```
    if(fx!=fy) fa[fx]=fy;
```

```
}
```

```

bool check(int mid)// 检验: 如果最大拥挤度为 mid, 能否从 s 区到 t 区
{
    for (i=1; i<=n; i++)        fa[i]=i;

    for (i=1; i<=m; i++)// 所有道路中拥挤度 <=mid 的道路修起来 (合并道路相连的区)
    {
        if (a[i]. len<=mid) merge (a[i]. x, a[i]. y);
    }

    return find (s)==find (t);    //    判断 s 能否去 t: 如果在一个集合就能去
}

int main ()
{
    cin>>n>>m>>s>>t;
    for (i=1; i<=m; i++)// 读入 m 条道路的数据
    {
        cin>>a[i]. x>>a[i]. y>>a[i]. len;
        l=min (l, a[i]. len); // 求拥挤度的最大最小值作为二分的边界
        r=max (r, a[i]. len);
    }

    while (l<=r)// 二分答案
    {
        mid=l+r>>1;

        if (check (mid))    r=mid -1; // 检验如果最大拥挤度为 mid, 从 s 区到 t 区
        else l=mid+1;
    }

    cout<<l;    // 表示拥挤度最大值的最小
    return 0;
}

```

题目的两种关系已经说得很明确了，我们将朋友关系的两个人合并。

对于是敌人关系的两个人，由于敌人的敌人是我的朋友，
所以我们可以建立一个自己虚拟的敌人

（比如：认为 x 和 $x+n$ 是敌人，那么如果 x 和 y 是敌人的话， y 和 $x+n$ 就是朋友）
再与对方形成朋友关系。

```
#include<bits/stdc++.h>//4-1925 团队数量 javacn
using namespace std;
int n,m,f[2010];

int find(int x) //x 的父直接指向 x 的根
{
    return x == f[x]?x:f[x]=find(f[x]);
}

void merge(int x,int y)//将 x 和 y 合并到同一个集合
{
    int fx = find(x);
    int fy = find(y);

    if(fx != fy) //如果 x 和 y 不在一个集合
    {
        f[fx] = fy;
    }
}
```

```
int main()
{
    cin>>n>>m;
    for(int i = 1;i <= 2 * n;i++) f[i] = i;
    char c;
    int x,y;

    for(int i = 1;i <= m;i++)
    {
        cin>>c>>x>>y;

        if(c == 'F') merge(x,y); // 朋友关系直接合并
        else if(c == 'E')
        {
            merge(x+n,y); // 敌人
            merge(y+n,x);
        }
    }
    int r=0;
    for(int i = 1;i <= n;i++)
    {
        if(f[i] == i) r++;
    }

    cout<<r;
    return 0;
}
```

要尽可能大的将危害大的罪犯放到两个集合，那么将怨气值降序排序，逐个讨论每对罪犯，如果发现有两对罪犯在一个集合，那么计算结束，输出这个怨气值。如果不在一个集合，那么该罪犯要和对方的敌人在一个集合，对方的敌人要和该罪犯在一个集合。

```
#include<bits/stdc++.h> //5-1930 关押罪犯 javacn
```

```
using namespace std;
```

```
/*
```

```
1. 将怨气值大的罪犯，尽可能拆到不同的监狱
```

```
2. 维护种类并查集
```

```
将每个人和其敌人的敌人合并到一个集合
```

```
x, y+n 合并, y, x+n 合并
```

```
3. 直到出现第一组两个人已经在同一个监狱的情况
```

```
此时的怨气值就是最大的怨气值
```

```
*/
```

```
int f[40010];
```

```
int n, m;
```

```
struct node { //x 和 y 是敌人，怨气值为 v
```

```
    int x, y, v;
```

```
};
```

```
node a[100010];
```

```
bool cmp(node n1, node n2) // 按怨气值降序
```

```
{
```

```
    return n1.v > n2.v;
```

```
}
```

```
int find(int x) // 查询
```

```
{
```

```
    return x==f[x]?x:f[x]=find(f[x]);
```

```
}
```

```

void merge(int x, int y) // 合并
{
    int fx = find(x);
    int fy = find(y);
    if(fx != fy) { f[fx] = fy; }
}

int main()
{
    cin>>n>>m;

    for(int i = 1; i <= m; i++) cin>>a[i].x>>a[i].y>>a[i].v; // 读入关系

    sort(a+1, a+m+1, cmp); // 将怨气值降序排序，从最大的开始拆分

    for(int i = 1; i <= n * 2; i++) f[i] = i; // 初始化

    for(int i = 1; i <= m; i++) // 处理关系
    {
        if(find(a[i].x) == find(a[i].y)) // 如果 2 个人在一座监狱，必定有冲突
        {
            cout<<a[i].v;
            return 0;
        }
        else
        {
            merge(a[i].x+n, a[i].y); // 将每个人和其假想的好友合并
            merge(a[i].y+n, a[i].x);
        }
    }

    cout<<0;
    return 0;
}

```

求出 a 公司有多少人和 1 号在一个集合，再求出 b 公司有多少人和 -1 号在一个集合，最后求两者的较小值。

由于 b 公司的人编号是负数，我们可以将 f 数组放长，用下标 $n+1 \sim n+m$ 来存储这 m 个人的关系。

```
#include <bits/stdc++.h> //6-1932 舞伴 javacn
```

```
using namespace std;
```

```
int f[20010]; // 描述集合关系
```

```
// 查：查询元素的根
```

```
int find(int x)
```

```
{  
    return f[x]==x?x:f[x]=find(f[x]);  
}
```

```
// 并：合并元素 xy
```

```
void merge(int x, int y)
```

```
{  
    int fx = find(x);  
    int fy = find(y);  
    if (fx != fy)  
    {  
        f[fx] = fy;  
    }  
}
```

```

int main()
{
    int n, m, p, q;
    cin >> n >> m >> p >> q;
    int ra = 0, rb = 0; // ab 公司每个集合中和小明、小明认识的人的数量
    // 初始化
    for (int i = 1; i <= n + m; i++) f[i] = i;

    // 读入 p 个关系
    int x, y;
    for (int i = 1; i <= p; i++)
    {
        cin >> x >> y;
        merge(x, y);
    }

    // 读入 q 个关系
    for (int i = 1; i <= q; i++)
    {
        cin >> x >> y;
        x = x * -1;
        y = y * -1;
        merge(x+n, y+n);
    }

    // 求和 1 号以及 n+1 号是朋友的人的数量
    for (int i = 1; i <= n; i++)
    {
        if (find(i) == find(1)) ra++;
    }
    for (int i = n+1; i <= n + m; i++)
    {
        if (find(i) == find(n+1)) rb++;
    }
    cout << min(ra, rb);
}

```

首先把实力相同的全都用并查集并起来，把在每个集合的人数记录下来。

然后就是背包问题了，注意，要使原来的 m 尽可能接近的选出学霸的数目，可能选出多于 m 个人，所以把背包容量扩大为 $2m$ 。

```
#include <bits/stdc++.h> //7-1933 比赛组队 javacn
using namespace std;
```

```
/*
```

思路：

1. 用数组 p 存储每个集合的人数，默认初始值都为 1
2. 使用并查集将有关联的人合并到一个集合，同时合并 p 数组
3. 使用 01 背包求背包容量在 $2*m$ 的范围内，每个单位的背包容量，能得到的最大值
4. 在 $0 \sim 2*m$ 的范围内，求一个离 m 最近的结果

```
*/
```

```
int n, m, k;
int fa[20010], dp[40010], p[20010];
```

```
int find(int x)
{
    if(x == fa[x]) return x;
    else return fa[x] = find(fa[x]);
}
```

```

int main()
{
    cin>>n>>m>>k;
    // 初始化 fa 数组
    for(int i = 1; i <= n; i++)
    {
        fa[i] = i;
        p[i] = 1; // 每个集合默认有 1 个人
    }
    int x, y;
    // 读入 k 对关系
    for(int i = 1; i <= k; i++)
    {
        cin>>x>>y;
        int fx = find(x);
        int fy = find(y);
        if(fx != fy)
        {
            fa[fx] = fy;
            p[fy] += p[fx]; // 人数合并
            p[fx] = 0; // fx 集合对应的人数清零
        }
    }

    //01 背包求解
    for(int i = 1; i <= n; i++)
    {
        // 过滤被合并的数据，否则时间会超限
        if(p[i] == 0) continue;
        for(int j = m * 2; j >= p[i]; j--)
        {
            dp[j] = max(dp[j], dp[j-p[i]] + p[i]);
        }
    }
}

```

```
// 求离 m 最近的结果
int mi = INT_MAX; // 代表离 m 最近的差值
int ans; // 代表题目要求的离 m 最近的人数
for (int i = 0; i <= 2 * m; i++)
{
    if (abs(dp[i] - m) < mi)
    {
        mi = abs(dp[i] - m);
        ans = dp[i];
    }
}

cout << ans;
return 0;
}
```

思路：把所有质因数 $\geq p$ 的数求出来合并，再并查集求解。

求质因数 $\geq p$ 的数的方法是：

先筛选出 $p \sim b$ 之间所有的素数；

逐个看每个素数 $*2$ 、 $*3$ 、 $*4$ ……的结果是否在 $a \sim b$ 的范围内，如果在，那么这些数就是符合条件的，应当在一个集合范围内的数。

```
#include<bits/stdc++.h>//8-1924 集合 javacn
```

```
#define N 100010
```

```
using namespace std;
```

```
int a, b, x, ans, cnt;
```

```
int fa[N], notp[N], p[N];
```

```
// 路径压缩的查找算法，找出 x 的根
```

```
int find(int x)
```

```
{
```

```
    //x 的父直接指向 x 的根
```

```
    return x == fa[x]?x:fa[x] = find(fa[x]);
```

```
}
```

```
// 集合合并
```

```
void merge(int x, int y)
```

```
{
```

```
    int fx = find(x);
```

```
    int fy = find(y);
```

```
    if(fx != fy) fa[fx] = fy;
```

```
}
```

```
// 素数筛选
```

```
// 素数筛选
```

```
void getprime()
```

```
{  
    notp[1] = 1; // 1 不是素数  
    // 筛选 2~b 范围内的非素数  
    for (int i = 2; i <= b; i++)  
    {  
        if(notp[i]) continue; // 如果 i 已经是非素数了  
        for (int j = 2*i; j <= b; j=j+i)  
        {  
            notp[j] = 1;  
        }  
    }  
  
    // 将大于 x~b 之间的素数找出来  
    for (int i = x; i <= b; i++)  
    {  
        if(!notp[i])  
        {  
            cnt++;  
            p[cnt] = i;  
        }  
    }  
}
```

```

int main()
{
    cin>>a>>b>>x;
    // 并查集初始化
    for(int i = a; i <= b; i++) fa[i] = i;
    getprime(); // 筛选素数

    // 遍历 x~b 之间所有的素数
    for(int i = 1; i <= cnt; i++)
    {
        for(int j = 2; j * p[i] <= b; j++)
        {
            // 两个数有 >=x 的质因子
            if(j * p[i] >= a && (j-1) * p[i] >= a)
            {
                merge(j*p[i], (j-1)*p[i]);
            }
        }
    }

    // 看有几个集合
    for(int i = a; i <= b; i++)
    {
        if(fa[i]==i) ans++;
    }

    cout<<ans;
    return 0;
}

```

典型的 01 背包，但要求同一组的物品都要购买。我们可以采用并查集将同一组有关系的礼品的价值、价格汇总到该集合的根节点上，这样就保证了一个集合中的礼品都购买的情况。

```
#include<bits/stdc++.h> //9-1928  采购礼品  javacn
using namespace std;

int f[10100]; // 存储物品之间的关系
int q[10100], v[10100]; // 价钱、价值
int dp[10100]; // 以拥有的钱来定义背包容量

// 查：查询元素的根
int find(int x)
{
    return f[x]==x?x:f[x]=find(f[x]);
}

// 并：合并元素 xy
void merge(int x, int y)
{
    int fx = find(x);
    int fy = find(y);
    if(fx != fy)
    {
        f[fx] = fy;
    }
}
```

```

int main()
{
    int n, m, w;
    cin >> n >> m >> w;
    //n 个物品的价钱和价值
    for (int i = 1; i <= n; i++)
    {
        cin >> q[i] >> v[i];
        // 并查集初始化
        f[i] = i;
    }

    //m 个物品的关系
    int x, y;
    for (int i = 1; i <= m; i++)
    {
        cin >> x >> y;
        merge(x, y);
    }

    // 将有关系的物品合并到这组物品的根上
    for (int i = 1; i <= n; i++)
    {
        // 该物品不是根，则将价钱和价值都合并到根上
        if (f[i] != i)
        {
            q[find(i)] += q[i];
            v[find(i)] += v[i];
            // 将该组物品的价钱和价值清零
            q[i] = 0;
            v[i] = 0;
        }
    }

    //01 背包计算结果

```

```
//01 背包计算结果
```

```
for (int i = 1; i <= n; i++)  
{  
    // 从背包容量（有多少钱）~ 该物品的价钱降序  
    for (int j = w; j >= q[i]; j--)  
    {  
        dp[j] = max(dp[j], dp[j-q[i]]+v[i]);  
    }  
}  
  
cout<<dp[w];  
  
return 0;  
}
```

```
#include <bits/stdc++.h> //10-2030
```

```
信息传递 [NOIP2015 提高组]
```

```
wsjszvip
```

```
using namespace std;
```

```
const int N = 200100;
```

```
int fa[N], d[N], n, mi;
```

```
// 带权并查集更新数据
```

```
int find(int x)
```

```
{
```

```
    if (x == fa[x]) return x;
```

```
    else
```

```
    {
```

```
        int t = fa[x]; // 记录父元素
```

```
        fa[x] = find(fa[x]); // 查找根, 路径压缩
```

```
        d[x] = d[x] + d[t]; // 更新路径长度
```

```
        return fa[x];
```

```
    }
```

```
}
```

```
void merge(int x, int y)
```

```
{
```

```
    int fx = find(x);
```

```
    int fy = find(y);
```

```
    // 如果不相连, 则连接两个点并更新父节点和路径长度
```

```
    if (fx != fy)
```

```
    {
```

```
        fa[fx] = fy;
```

```
        d[x] = d[y] + 1;
```

```
    }
```

```
    else
```

```
    {
```

```
        // 已经连接, 更新环的最小长度
```

```
        mi = min(mi, d[x] + d[y] + 1);
```

```
    }
```

```
}
```

```
int main()
{
    cin >> n;
    // 初始化, 同时 d[i] 默认为 0
    for (int i = 1; i <= n; i++) fa[i] = i;

    mi = 0x77777777;
    int t;
    for (int i = 1; i <= n; i++)
    {
        cin >> t;
        merge(i, t);
    }

    cout << mi;
    return 0;
}
```

2、最小生成树问题

最小生成树：克鲁斯卡尔 (Kruskal) 算法，基本思想：按照权值从小到大的顺序选择 $n-1$ 条边，并保证这 $n-1$ 条边不构成回路。

具体做法：首先构造一个只含 n 个顶点的森林，然后依权值从小到大从连通网中选择边加入到森林中，并使森林中不产生回路，直至森林变成一棵树为止。

// 针对 1: // 首先这道题和其他题一样，你所读入的矩阵中的每一个数字都代表着相邻两点之间的边的边权，而这个点所处的位置即可以用 (i, j) 来表示，然后再进行操作即可

// 针对 2: // 我们会发现这个 $N*N$ 的矩阵是关于对角线对称的，所以我们只需要读上面一部分或者下面一部分即可（要读上面一部分读入时则特判 $j>i$ ，相反则特判 $j<i$...

// 针对 3: // 这 Kruskal 算法是通过并查集，按照边的权重顺序（从小到大）将边加入生成树中，但是若加入该边会与生成树形成环则不加入该边，选其次。直到树中含有 $n - 1$ 条边为止。时间复杂度： $O(E \log E)$ （ E 为边数）： n 个点， $n-1$ 条边，所以在合并的时候我们定义一个 k ，存储合并后边的条数，每合并一次则加一，最后当 $k == n-1$ 时跳出即可

```
#include <bits/stdc++.h>//1-1929:【基础】最短网络 Agri-Net(USAC03.1)
```

```
using namespace std;
```

```
/*
```

```
1. 读入数据，将数据存入结构体数组：
```

```
2. 对结构体数组按照建网络的长度，从小到大排序；
```

```
3. 选出  $n-1$  条边，不能构成回路，长度的和就是最小长度：
```

```
*/
```

```
int f[110];
```

```
struct node{// 存储  $x$  到  $y$  号农场修网络需要长度为  $len$  的光纤
```

```
    int x,y,len;
```

```
};
```

```
node a[6000];
```

```
int i,j,n,t,k=0;          //k 表示数组下标
```

```
bool cmp(node n1,node n2){          // 排序比较
```

```
    return n1.len<n2.len;
```

```
}
```

```
int find(int x){          // 查询
```

```
    return x==f[x]?x:f[x]=find(f[x]);
```

```
}
```

```

int main() {
    cin>>n;// 读入数据，存入结构体数组
    for ( i=1;i<= n;i++)
    {
        for ( j=1;j<= n;j++)
        {
            cin>>t;
            if(i < j)
            {
                k++;
                a[k].x = i;
                a[k].y = j;
                a[k].len =t;
            }
        }
    }
    sort(a+1, a+k+1, cmp);// 排序
    for ( i=1;i<= n;i++)    f[i]= i;// 初始化
    int s=0;// 最短路径的和
    int c=0;// 修了几条路
    for ( i =1;i <= k;i++)    // 从所有的路线中选出 n-1 条路线
    {
        int fx = find(a[i].x);// 如果两个点之间本身没有路，就可以修
        int fy = find(a[i].y);// 否则不能修，会构成回路
        if(fx != fy)
        {
            f[fx]= fy;
            c++;
            s=s + a[i].len;
        }
    }
    if(c == n - 1)// 如果修路的数量足够了 (n-1 条)
    {
        cout<<s;
        return 0 ;
    }
    return 0;
}

```

一个不存在回路的无向联通图叫做树

生成树：生成树是连通图的极小联通子图。（加边会出现回路，减边变为非连通图）

最小生成树：生成树的各边权值总和最小的树（最小代价树）

最小生成树一般有两种算法：prim 和 kruskal。prim 一般用于稠密图，kruskal 用于稀疏图。这里介绍一下 kruskal。

kruskal 算法的基本思想是：始终选择当前可用的最小权值边（贪心

因此很容易想到题目所求的最大边就是最后一条边（每次加边权取 max 也可以）。

那么怎么判断当前选择的边是否可用呢？

并查集：意思就是说，开始的每个点都是独立的集合，加边的时候就合并起来，如果已经是联通的就跳过。

```
#include<bits/stdc++.h> //2-1931 Out of Hay S[USAC005MAR] javacn
using namespace std;
// 节点
struct node
{
    int x, y, len;
} a[10010];
// 按边长度降序排序
bool cmp(node n1, node n2)
{
    return n1.len < n2.len;
}
//f: 存储农场之间的集合关系
int f[2100], n, m;
int find(int x) // 查
{
    return x==f[x]?x:f[x]=find(f[x]);
}
void merge(int x, int y) // 并
{
    int fx = find(x);
    int fy = find(y);
    if(fx != fy) f[fx] = fy;
}
```

```

int main()
{
    cin>>n>>m;
    for (int i = 1; i <= m; i++)
    {
        cin>>a[i].x>>a[i].y>>a[i].len;
    }

    // 按边长升序排序
    sort(a+1, a+1+m, cmp);

    // 初始化
    for (int i = 1; i <= n; i++) f[i] = i;

    // 讨论合并：克努斯卡尔算法
    int c = 0; // 已经使用的边的数量
    for (int i = 1; i <= m; i++)
    {
        // 如果 x 和 y 不在一个集合
        if (find(a[i].x) != find(a[i].y))
        {
            // 合并
            merge(a[i].x, a[i].y);
            c++;
            // 建立最小生成树
            if (c == n - 1)
            {
                cout<<a[i].len;
                break;
            }
        }
    }

    return 0;
}

```

n 个村庄，至少需要 n-1 条路，但要注意，如果两个村庄之间本来就有通路，再修路，那么就不算在这 n-1 条路中。比如：5 个村庄，1 2、1 3 之间有路，再在 2 3 之间修路，不能算 3 条，因为 1 3 本来已经有通路了。

```
#include<bits/stdc++.h> //3-1927 最短的通路时间 javacn
using namespace std;

// 存储一条路连接的两端的编号 以及 修好的时间
struct node
{
    int x, y, t;
} a[100100];

int f[1100]; // 存储村庄之间是否有路的关系描述

// 查：查询元素的根
int find(int x)
{
    return f[x]==x?x:f[x]=find(f[x]);
}

// 排序辅助函数：按时间升序
bool cmp(node n1, node n2)
{
    return n1.t < n2.t;
}
```

```

int main()
{
    int n, m, i;
    cin>>n>>m;
    for (int i = 1; i <= m; i++)
    {
        cin>>a[i].x>>a[i].y>>a[i].t;
    }
    // 所有数据，按时间升序
    sort(a+1, a+1+m, cmp);
    for (int i = 1; i <= n; i++) // 初始化
    {
        f[i] = i;
    }
    // 合并（修路）
    int fx, fy, c = 0;
    for (int i = 1; i <= m; i++)
    {
        fx = find(a[i].x);
        fy = find(a[i].y);
        // 如果两者之间没有路
        if (fx != fy)
        {
            f[fx] = fy;
            c++;
        }
        if (c == n - 1)
        {
            cout<<a[i].t;
            return 0;
        }
    }
    cout<<-1;
    return 0;
}

```

对边长升序排序，先将已修的边中不形成回路的 merge，再看还需要修多少能修满 $n-1$ 条边。

```
#include <bits/stdc++.h> //4-2070 道路规划 javacn
using namespace std;
struct node
{
    int x, y, len;
};
int f[110]; // 父元素
node a[6010]; // 边
int t, k = 0;
int n, q;
// 查询
int find(int x)
{
    return x == f[x]?x:f[x] = find(f[x]);
}
// 合并
void merge(int x, int y)
{
    int fx = find(x);
    int fy = find(y);
    if(fx != fy)
    {
        f[fx] = fy;
    }
}
// 排序
bool cmp(node n1, node n2)
{
    return n1.len < n2.len;
}
```

```

int main()
{
    cin>>n;
    // 存储不重复的边 (邻接矩阵的一半)
    for (int i = 1; i <= n; i++)
    {
        for (int j = 1; j <= n; j++)
        {
            cin>>t;
            if(i > j)
            {
                k++;
                a[k].x = i;
                a[k].y = j;
                a[k].len = t;
            }
        }
    }

    // 并查集初始化
    for (int i = 1; i <= n; i++)
    {
        f[i] = i;
    }

    sort(a+1, a+k+1, cmp);
    cin>>q;
    int x, y;
    int c = 0;
    // 已有的边修起来, 注意形成回路的不要修
    // 修了会导致 c 的统计错误

```

```
for (int i = 1; i <= q; i++)
{
    cin>>x>>y;
    if (find(x) != find(y))
    {
        c++;
        merge(x, y);
    }
}
```

// 如果已经够了 n-1 条边, 结束

```
if (c == n - 1)
{
    cout<<0;
    return 0;
}
```

// 继续修边, 直到修满 n-1 条边

```
int s = 0;
for (int i = 1; i <= k; i++)
{
    if (find(a[i].x) != find(a[i].y))
    {
        merge(a[i].x, a[i].y);
        c++;
        s = s + a[i].len;
    }

    if (c == n - 1)
    {
        cout<<s;
        break;
    }
}
}
```

n 个村庄在不构成回路的情况下，需要 $n-k$ 条路，才能划分为 k 个区。

比如：5 个村庄，修建 1 条路，可以划分出 4 个区，修建 2 条路可以划分出 3 个区，修建 3 条路可以划分 2 个区，修建 4 条路可以划分 1 个区。（注意：不能构成回路）

因此：本题使用并查集求解最小生成树可求解。

```
#include <bits/stdc++.h> //6-2090  片区划分  javacn
using namespace std;

/*
n 个点， m 个已知关系， 要组成 k 个集合， 最小代价是多少
*/
struct node
{
    int x, y, len;
};

node a[10010];
int f[1010];
int n, m, k;

bool cmp (node n1, node n2)
{
    return n1.len < n2.len;
}

int find (int x)
{
    return x == f[x]?x:f[x] = find(f[x]);
}
```

```

int main()
{
    cin>>n>>m>>k;
    for(int i = 1;i <= m;i++)
    {
        cin>>a[i].x>>a[i].y>>a[i].len;
    }
    sort(a+1, a+1+m, cmp);
    for(int i = 1;i <= n;i++)
    {
        f[i] = i;
    }

    // 修路
    int s = 0, c = 0;
    for(int i = 1;i <= m;i++)
    {
        int fx = find(a[i].x);
        int fy = find(a[i].y);
        if(fx != fy)
        {
            f[fx] = fy;
            c++;
            s = s + a[i].len;
        }

        if(c == n - k)
        {
            cout<<s;
            return 0;
        }
    }
    cout<<"No Answer";
    return 0;
}

```